ПЛАН – КОНСПЕКТ
УРОКА АЛГЕБРЫ в 10 КЛАССЕ

Учитель: Смотрина Т. Ю.

ТЕМА: «Семь способов решения тригонометрического уравнения $\sin x - \cos x = 1$»

Цель:

- Добиться осознанного усвоения алгоритмов решения тригонометрических уравнений.

Задачи:

- Повторить формулы нахождения корней простейших тригонометрических уравнений, частные случаи решения тригонометрических уравнений и алгоритм вычисления значений тригонометрических функций.
- Продолжить рассмотрение основных приемов решения тригонометрических уравнений.
- Изучить алгоритмы решения простейших тригонометрических уравнений.
- Исследовать решения простейших тригонометрических уравнений аналитическим методом и с помощью единичной окружности.

ТЕХНОЛОГИЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ

Этап I: Самоопределение к деятельности

Форма работы: фронтальная

Метод обучения: информационно - рецептивный

Педагогические приёмы: проверка уровня знаний, решение познавательных задач, системные обобщения, самопроверка, лови ошибку, найди лишнее, установи соответствие, экспресс – опрос.

Оборудование: экран, мультимедийный проектор, ноутбук, конспект лекций, лист учета знаний, бланк для записи ответов, раздаточный дифференцированный материал, слайд - лекция “Методы решения уравнений”.

Цели

- Актуализировать имеющиеся знания по нахождению значений тригонометрических функций, корней простейших тригонометрических уравнений и частных случаев решения тригонометрических уравнений.
- Мотивировать обучающихся к изучению темы.

Ситуативное задание

Учитель

Для осознанного восприятия новой темы рассмотрим следующие вопросы, используя учебную презентацию.

(работа проводится в двух вариантах; вопросы проецируются на экран слайд 3, 4)

(http://karmanform.ucoz.ru/trig_ur.rar)

Задание 1

Вариант 1.	*Вариант 2.*
1. Каково будет решение уравнения $\cos x = a$ при $a > 1$	*1. Каково будет решение уравнения $\sin x = a$ при $a > 1$*
2. При каком значении a уравнение $\cos x = a$ имеет решение?	*2. При каком значении a уравнение $\sin x = a$ имеет решение?*
3. Какой формулой выражается это решение?	*3. Какой формулой выражается это решение?*
4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\cos x = a$?	*4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\sin x = a$?*

Вариант 1.	*Вариант 2.*
5. В каком промежутке находится $\arccos a$?	*5. В каком промежутке находится $\arcsin a$?*
6. В каком промежутке находится значение a?	*6. В каком промежутке находится значение a?*
7. Каким будет решение уравнения $\cos x = 1$?	*7. Каким будет решение уравнения $\sin x = 1$?*
8. Каким будет решение уравнения $\cos x = -1$?	*8. Каким будет решение уравнения $\sin x = -1$?*

Вариант 1.	*Вариант 2.*
9. Каким будет решение уравнения $\cos x = 0$?	*9. Каким будет решение уравнения $\sin x = 0$?*
10. Чему равняется $\arccos(-a)$?	*10. Чему равняется $\arcsin(-a)$?*
11. В каком промежутке находится $\operatorname{arctg} a$?	*11. В каком промежутке находится $\operatorname{arcctg} a$?*
12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$?	*12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$?*

(ответы проецируются на экран слайд 6)

№	Вариант 1.	Вариант 2.
1.	*Нет решения*	*Нет решения*
2.	$\lvert a\rvert \le 1$	$\lvert a\rvert \le 1$
3.	$x=\pm\arccos a+2\pi n,\ n\in Z$	$x=(-1)^n \arcsin\ a+\pi k,\ k\in Z$
4.	*На оси Ох*	*На оси Оу*
5.	$[0;\ \pi]$	$[-\pi/2;\ \pi/2]$
6.	$[-1;\ 1]$	$[-1;\ 1]$
7.	$x=2\pi n,\quad n\in Z$	$x=\pi/2+2\pi k,\ k\in Z$
8.	$x=\pi+2\pi n,\quad n\in Z$	$x=-\pi/2+2\pi k,\ k\in Z$
9.	$x=\pi/2+\pi n,\ n\in Z$	$x=\pi k,\quad k\in Z$
10.	$n-\arccos a$	$-\arcsin a$
11.	$(-\pi/2;\ \pi/2)$	$(0;\ \pi)$
12.	$x=arctg\,a+\pi n,\ n\in Z$	$x=arcctg\ a+\pi k,\ k\in Z$

(учащиеся отмечают количество правильных ответов, заносят в лист учета знаний)

Задание 2

Найдите ошибки (слайд7)

$\arcsin 45^0=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ *(Не определено)*

$\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$ $\quad$ $\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$

$\arcsin 3=\arcsin 1\cdot 3=\dfrac{\pi}{4}\cdot 3=\dfrac{3\pi}{4}$ $\quad$ *(Не существует)*

$arctg\,1=arctg\,\dfrac{\pi}{4}$ $\quad$ $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

$arcctg\left(-\sqrt{3}\right)=-\dfrac{\pi}{6}$ $\quad$ $\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$

Найди ошибку.

1. $\cancel{\arcsin 45^0=\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

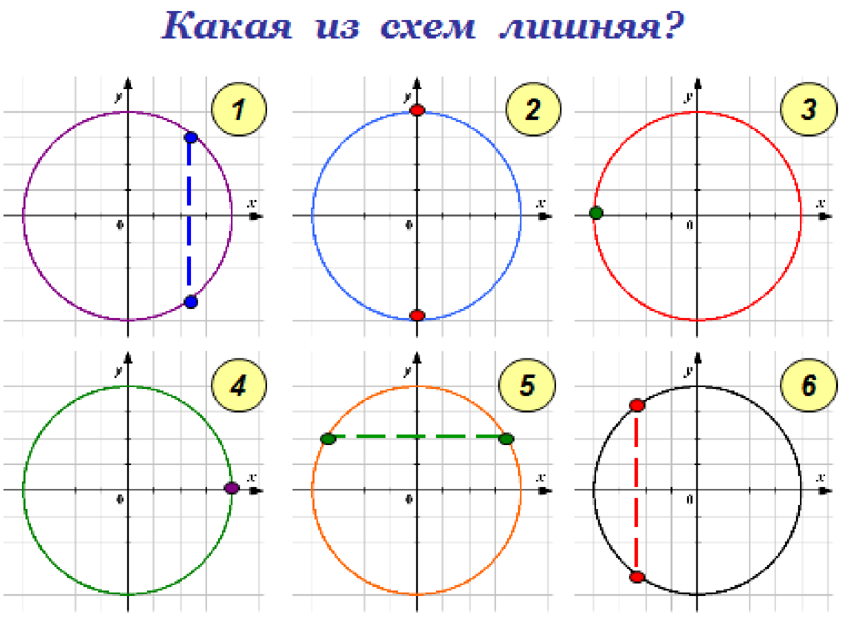
2. $\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\boxed{\dfrac{2\pi}{3}}$
3. $\cancel{\arcsin 3=\arcsin 1\cdot 3=\dfrac{\pi}{4}\cdot 3=\dfrac{3\pi}{4}}$
4. $arctg\ 1=\boxed{\dfrac{\pi}{4}}$
5. $arcctg\left(-\sqrt{3}\right)=\boxed{\dfrac{3\pi}{4}}$

(учащиеся отмечают количество правильных ответов, заносят в лист учета знаний)

Задание 3

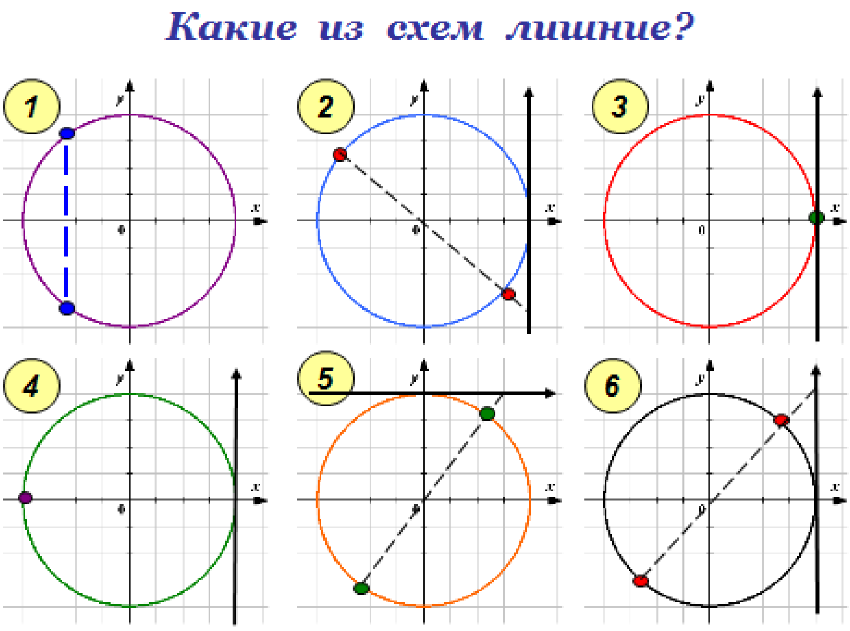
Учитель

На слайдах вы видите схемы решений тригонометрических уравнений. Как вы думаете, какая из схем представленной группы является лишней? Что объединяет остальные схемы? (слайд 8, 9)



<u>О т в е т ы</u>

<u>Слайд 8</u> 5 – я схема лишняя, так как эта схема изображает решение уравнения вида $\sin x = a$*; 1, 2, 3, 4, 6 – изображают решение уравнений вида* $\cos x = a$.



<u>О т в е т ы</u>

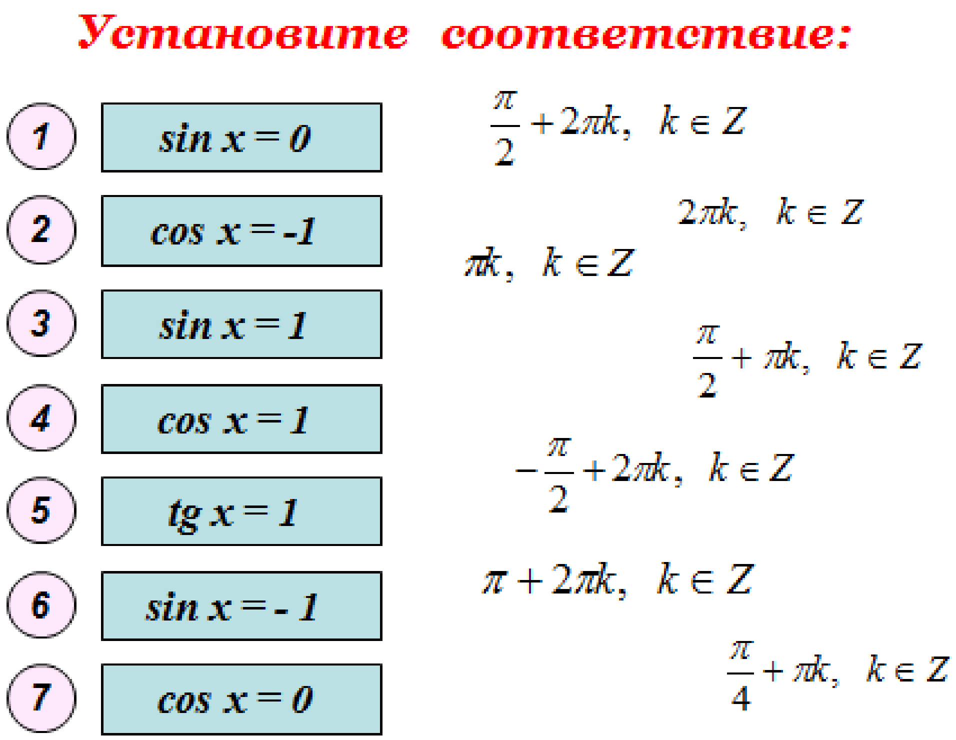
<u>Слайд</u> 9 1- я схема лишняя, так как она изображает решение уравнения вида $\cos x = a$;
5- я схема лишняя, так как эта схема изображает решение уравнения вида $ctg\ x = a$;
2, 3, 4, 6 – изображают решение уравнений вида $tg\ x = a$.

(учащиеся отмечают количество правильных ответов, заносят в лист учета знаний)

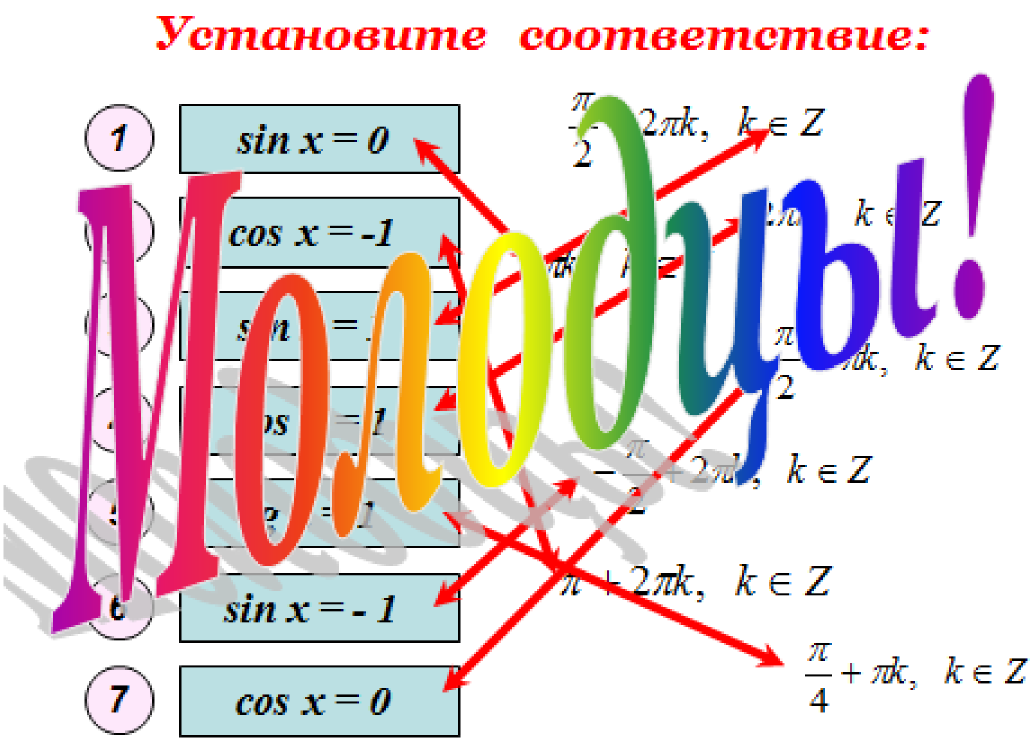
Задание 4

<u>Учитель</u>

Установите соответствие: Уравнение ↔ Корни (слайд10)



<u>*О т в е т ы*</u> *(слайд 11)*



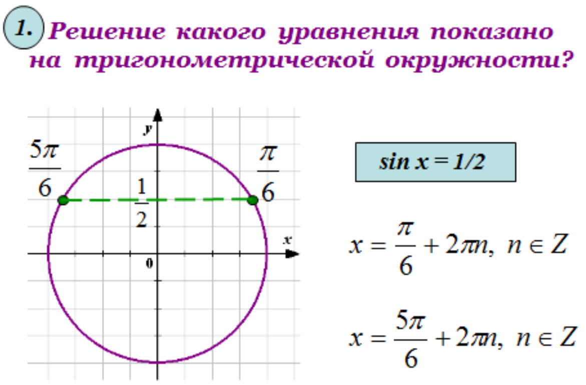
(учащиеся отмечают количество правильных ответов, заносят в лист учета знаний)

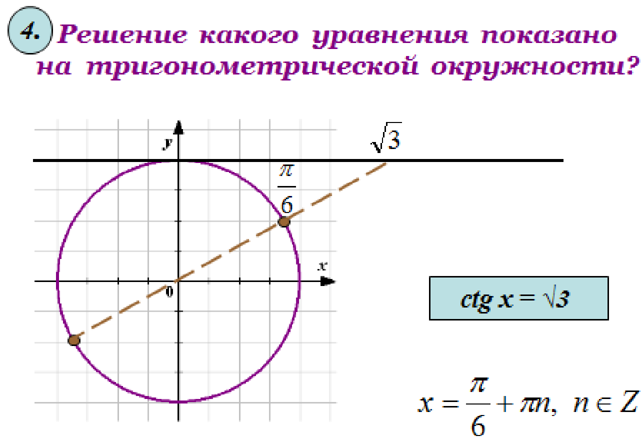
Задание 5

<u>*Учитель*</u>

Определите, решение какого тригонометрического уравнения показано на единичной окружности. Запишите его корни (слайд 12, 13, 14, 15).

<u>Ответы</u>





(учащиеся отмечают количество правильных ответов, заносят в лист учета знаний)

<u>Этап II: Учебно-познавательная деятельность</u>

<u>Форма работы</u>: групповая

<u>Методы обучения</u>: репродуктивный (для ребят низкого уровня обученности), проблемное изложение (для ребят среднего уровня обученности), частично-поисковый (для ребят хорошего уровня обученности).

<u>Педагогические приёмы</u>: проверка уровня знаний, взаимопроверка, консультанты на уроке, защита проекта.

<u>Цель</u>

- Добиться приобретения навыков решения тригонометрического уравнения $\sin x - \cos x = 1$.

<u>Учитель</u>

Проблема красоты привлекала и привлекает величайшие умы человечества. Математики видят её в гармонии чисел и форм, геометрической выразительности, стройности математических формул, изяществе математических доказательств, богатстве приложений универсальных математических методов, решении задач различными способами (слайд 16).

Учитель

Но красота математики выражается не только в красоте форм и наглядной выразительности математических объектов. Её привлекательность будет усиливаться за счёт эмоционально-экспрессивных составляющих: оригинальности, неожиданности, изящества. Математики живут ради тех славных моментов, когда проблема оказывается решённой, ради моментов озарения, восторга. Можно ли насладиться решением уравнения $\sin x - \cos x = 1$*? Да, если стать его исследователем. Попытаемся найти самый простой (сопряженный с наименьшими усилиями), оригинальный, неожиданный и универсальный способ решения (слайд 17).*

Учитель

Самое время продемонстрировать весь арсенал, имеющихся в нашем распоряжении, методов и приёмов решения тригонометрических уравнений

(ребята перечисляют известные приёмы решения тригонометрических уравнений (слайд 18))

Учитель

Мы говорим о богатстве приложений универсальных математических методов. При решении уравнений одним из них является метод разложения на множители. Можно ли применить его к решению уравнения $\sin x - \cos x = 1$ *?*

На первый взгляд, кажется что нет …А если использовать специфические тригонометрические преобразования?

Задание 1 группе (для ребят низкого уровня обученности)

1 шаг

Подготовьте тригонометрическое уравнение к разложению на множители, для этого используйте формулу повышения степени $1 + \cos x = 2\cos^2\frac{x}{2}$ и формулу двойного аргумента

$\sin 2 * \frac{x}{2} = \quad 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

2 шаг

Разложите левую часть уравнения на множители, для этого вынесите за скобку общий множитель $\cos\frac{x}{2}$.

3 шаг

Рассмотрите совокупность уравнений $\left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{2} = 0,\\ \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0.\end{array}\right.$ и найдите корни каждого уравнения.

4 шаг

Представьте проект решения на доске.

Задание 2 группе (для ребят низкого уровня обученности)

1 шаг

Разложите левую часть уравнения по формулам двойного аргумента $\sin 2 * \frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ и $\cos 2 * \frac{x}{2} = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$,

а правую часть замените тригонометрической единицей $\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} = 1$.

2 шаг

Выполните необходимые преобразования и разложите левую часть уравнения на множители, для этого вынесите за скобку общий множитель $\cos\frac{x}{2}$.

3 шаг

Рассмотрите совокупность уравнений $\left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{2} = 0,\\ \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0.\end{array}\right.$ и найдите корни каждого уравнения.

4 шаг

Представьте проект решения на доске.

Учитель

Тригонометрия удивительна тем, что она дает собственные оригинальные способы преобразование разности (или суммы) тригонометрических функций в произведение:

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2};$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

Но увы в левой части уравнения, мы видим разноименные функции. Как изменить название функции на «кофункцию»? Есть изящный способ.

Задание 3 группе (для ребят среднего уровня обученности)

1 шаг

Примените формулу приведения для функции $\cos x$, заменив её на $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

2 шаг

Используйте формулу разности двух синусов.

3 шаг

Выполните необходимые преобразования и найдите корни уравнения.

4 шаг

Представьте проект решения на доске.

Учитель

Великий математик, физик и политик А. Энштейн заметил: «Мне приходиться делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно».

Научимся бороться с трудностями при решении уравнений, сможем преодолевать любые жизненные препятствия.

Задание 4 группе (для ребят хорошего уровня обученности)

1 шаг

Выразите из основного тригонометрического тождества $\sin x$ и подставьте полученное выражение в исходное уравнение.

2 шаг

Подготовьте внешний вид уравнения к возведению в квадрат.

3 шаг

После всех преобразований, рассмотрите совокупность двух уравнений $\left[\begin{array}{l}\cos x = 0,\\ \cos x = -1.\end{array}\right.$

4 шаг

Обязательно выполните проверку, исключите посторонние корни.

5 шаг

Представьте проект решения на доске.

Учитель

Хочу предложить вам рассмотреть ещё один способ, связанный с нестандартным преобразованием тригонометрического уравнения – возведением обеих частей в квадрат. И хотя он является коварным в плане приобретения посторонних корней, но подкупает своим оригинальным способом сведения исходного уравнения к простейшему.

Задание 5 группе *(для ребят хорошего уровня обученности)*

1шаг

Возведите обе части уравнения в квадрат, применяя в левой части уравнения формулу квадрата разности двух выражений.

2 шаг

Преобразуйте левую часть уравнения, используя формулу двойного аргумента и основное тригонометрическое тождество.

3 шаг

Решите простейшее тригонометрическое уравнение$\sin 2x = 0$.

4 шаг

Обязательно выполните проверку, исключите посторонние корни.

5 шаг

Представьте проект решения на доске.

Учитель

Рассмотрим ещё один метод – частный случай метода введения новой переменной. Он в принципе, применим к любым уравнениям вида $R(\sin x, \cos x) = 0$, где R – символ некоторого рационального выражения. Основан этот метод на следующих рассуждениях.

Если$x \neq \pi + 2\pi n$,$n \in Z$, то справедливы следующие тождества: $\cos x = \frac{1 - tg^2\frac{x}{2}}{1 + tg^2\frac{x}{2}}$;$\sin x = \frac{2\, tg\frac{x}{2}}{1 + tg^2\frac{x}{2}}$

Задание 6 группе (для ребят высокого уровня обученности)

1 шаг

Воспользуйтесь предложенными тождествами.

2 шаг

Введите новую переменную U= $tg\frac{x}{2}$.

3 шаг

Решите рациональное уравнение.

4 шаг.

Найдите корни простейшего тригонометрического уравнения $tg\,\frac{x}{2} = 1$

5 шаг.

Проверьте, не являются ли числа вида$x = \pi + 2\pi n$, $n \in Z$ решениями заданного уравнения.

6 шаг

Представьте проект решения на доске.

Представление проектов

1 группа

Проект решения уравнения $\sin x - \cos x = 1$

$\sin x - \cos x = 1 \iff \sin x - (1 + \cos x) = 0$.

Перейдем к половинному аргументу, применив формулу повышения степени

$1 + \cos x = 2\cos^2\frac{x}{2}$ и формулу двойного аргумента $\sin 2 * \frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$. Имеем

$2\sin\frac{x}{2}\,\cos\frac{x}{2} - 2\cos^2\frac{x}{2} = 0$;

$$\cos\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} \cos\frac{x}{2} = 0, \\ \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0. \end{array}\right.$$

Рассмотрим второе уравнение системы $\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0$ - это однородное уравнение первой степени.

Делим обе его части на $\cos\frac{x}{2} \neq 0$, получим $tg\frac{x}{2} - 1 = 0$;

$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 1;$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \ni Z;$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z.$

Тогда совокупность уравнений $\left[\begin{array}{l} \cos\frac{x}{2} = 0, \\ \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0 \end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{l} x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \ k \in Z. \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi k;\ \pi + 2\pi n; n, k \in Z.$

2 группа

Проект решения уравнения $\boldsymbol{\sin x - \cos x = 1}$

Разложим левую часть уравнения по формулам двойного аргумента

$\sin 2 * \frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}$ и $\cos 2 * \frac{x}{2} = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$, а правую часть заменим тригонометрической единицей.

Имеем, $2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2} - \cos^2\frac{x}{2} + \sin^2\frac{x}{2} = \sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2};$

$2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2} - 2\cos^2\frac{x}{2} = 0;$

$\cos\frac{x}{2} \cdot \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right) = 0 <=> \left[\begin{array}{l} \cos\frac{x}{2} = 0, \\ \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0 \end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{l} x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \ k \in Z. \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi k;\ \pi + 2\pi n; n, k \in Z.$

3 группа

Проект решения уравнения $\boldsymbol{\sin x - \cos x = 1}$

Воспользуемся формулой приведения для функции $\cos x$ и запишем уравнение в виде $\sin x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$

Используя формулу разности двух синусов $\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2} \cdot \cos\frac{x+y}{2}$, получим

$2\sin\frac{2x - \frac{\pi}{2}}{2} \cdot \cos\frac{\frac{\pi}{2}}{2} = 1;$

$2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\frac{\pi}{4} = 1;$

$2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1;$

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}};$

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2};$

$x - \frac{\pi}{4} = (-1)^n \cdot \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n, n \in Z;$

$x = \frac{\pi}{4} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z;$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z.$

4 группа

Проект решения уравнения $\sin x - \cos x = 1$

Выразим из основного тригонометрического тождества $\sin x$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1;$

$\sin x = \pm\sqrt{1 - \cos^2 x};$

Уравнение $\sin x - \cos x = 1 \quad <=> \pm\sqrt{1 - \cos^2 x} - \cos x = 1;$

$\pm\sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 + \cos x;$

Возведем обе части полученного уравнения в квадрат

$1 - \cos^2 x = 1 + 2\cos x + \cos^2 x;$

$2\cos^2 x + 2\cos x = 0;$

$$\cos x \cdot (\cos x + 1) = 0 \quad <=> \left[\begin{array}{l}\cos x = 0, \\ \cos x = -1\end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{ll}x = \frac{\pi}{2} + \pi k, & k \in Z, \\ x = \pi + 2\pi n, & n \in Z.\end{array}\right.$$

В процессе решения обе части уравнения возводились в квадрат, что могло привести к появлению посторонних решений, поэтому обязательна проверка. Полученные решения эквивалентны

объединению трёх решений: $\left[\begin{array}{ll}x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, & k \in Z, \\ x = \pi + 2\pi n, & n \in Z, \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, & l \in Z.\end{array}\right.$

Первое и второе решения совпадают с ранее полученными, поэтому не являются посторонними. Проверим $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in Z$

$\sin\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi l\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi l\right) = 1;$

$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1;$

$-1 - 0 = 1;$

$-1 \neq 1$, следовательно $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in Z$ - постороннее решение.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi k;\ \pi + 2\pi n; n, k \in Z.$

5 группа

Проект решения уравнения $\sin x - \cos x = 1$

Возведем обе части уравнения в квадрат $(\sin x-\cos x)^2=1^2$. Применив формулу квадрата разности двух выражений, получим уравнение $\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x=1$. Воспользуемся формулой двойного аргумента и основным тригонометрическим тождеством, тогда левая часть уравнения примет вид: $1-\sin 2x=1;$

$\sin 2x=0;$

$$2x=\pi k, k\in Z;$$

$$x=\frac{\pi}{2}k, \qquad k\in Z.$$

Полученное решение эквивалентно объединению четырёх решений: $\left[\begin{array}{l} x=2\pi m, \quad m\in Z, \\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z, \\ x=\pi+2\pi n, n\in Z, \\ x=-\frac{\pi}{2}+2\pi l, l\in Z. \end{array}\right.$

Второе и третье решения совпадают с ранее полученными, поэтому не является посторонними. Проверим $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi l, l\in Z$

$\sin\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi l\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi l\right)=1;$

$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)=1;$

$-1-0=1;$

$-1\neq 1$, следовательно $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi l, l\in Z$ - постороннее решение.

Проверим $x=2\pi m, m\in Z$

$\sin 2\pi m-\cos 2\pi m=1;$

$\sin 2\pi-\cos 2\pi=1;$

$0-1=1;$

$-1\neq 1$, следовательно $x=2\pi m$, $m\in Z$ – постороннее решение.

Ответ: $\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \pi+2\pi n; n, k\in Z.$

6 группа

Проект решения уравнения $\boldsymbol{\sin x-\cos x=1}$

Если $x\neq\pi+2\pi n$, то справедливы следующие тождества:

$$\cos x=\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}};\ \sin x=\frac{2\,\mathrm{tg}\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}$$

Выразим $\sin x$ и $\cos x$ по этим формулам и приведём уравнение к виду:

$$\frac{2\,\mathrm{tg}\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}-\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}=1$$

Воспользуемся универсальной подставкой $U=\text{tg}\frac{x}{2}$ и рассмотрим рациональное уравнение

$$\frac{2U}{1+U^2}-\frac{1-U^2}{1+U^2}=1 \quad <=> \frac{2U-1+U^2-1-U^2}{1+U^2}=0 \quad <=> \quad 2U=0 \quad и \quad 1+U^2\neq 0$$

Из уравнения $2\,\text{tg}\frac{x}{2}=2 \quad <=> \quad tg\,\frac{x}{2}=1$ находим $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{4}+\pi k;$

$$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, \qquad k\in Z.$$

Поскольку использование универсальной подстановки возможно лишь при $x\neq\pi+2\pi n$, нужно

всегда проверять, не являются ли числа вида $x=\pi+2\pi n$ решением заданного уравнения

$\sin(\pi+2\pi n)-\cos(\pi+2\pi n)=1;$

$\sin\pi-\cos\pi=1;$

$0-(-1)=1;$

1 = 1.

Проверка показывает, что значения $x=\pi+2\pi n$ являются решением уравнения.

Ответ: $\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \ \pi+2\pi n;\ \ k,n\in Z.$

<u>Учитель</u>
Наряду с универсальными методами решения уравнений, есть и специфические. Наиболее ярким из них является метод введения вспомогательного угла (числа). Благодаря этому приёму исходное уравнение легко сводится к простейшему – ***просто и красиво!***

Рассмотрим уравнение.
$\sin x-\cos x=1$
Введем вспомогательное число $\sqrt{2}*\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sqrt{2}*\ \sin x*\frac{\sqrt{2}}{2}-\ \sqrt{2}\cos x*\frac{\sqrt{2}}{2}=1,$
В левой части уравнения вынесем $\sqrt{2}$ за скобку
$\sqrt{2}*\left(\sin x*\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos x*\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=1$
Введем вспомогательный угол $\frac{\pi}{4}$
$\sqrt{2}*\ \left(\sin x*\ \cos\frac{\pi}{4}-\cos x*\sin\frac{\pi}{4}\right)=1,$
Используя формулу синуса разности аргументов, приведем уравнение к виду

$$\sqrt{2}*\ \left(\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right)=1 \quad <=> \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x-\frac{\pi}{4}=(-1)^n arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi n, n\epsilon Z$$

$$x=\frac{\pi}{4}+(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$$

Ответ: $\frac{\pi}{4}+(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$.

Этап III: Диагностика качества освоения темы

Форма работы: *(в паре)*

Методы обучения: *проблемное изложение*

Педагогические приёмы: *проверка уровня знаний, взаимопроверка, консультанты на уроке.*

Цель

- Установить степень усвоения темы «Семь способов решения тригонометрического уравнения $\sin x - \cos x = 1$ ».

Учитель

Одно уравнение – семь способов решения, две серии углов. Сопоставьте корни уравнений 2-ой и 3-ей групп. Убедитесь, что хотя полученные ответы выглядят по разному, они описывают одно и то же числовое множество (работа в парах).

$\mathbf{x = \pi + 2\pi n, n \in Z}$ $\qquad\qquad$ $x = \frac{\pi}{4} + (-1)^n \times \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

Если n = -2, то x = -3π $\qquad\qquad$ Если n = -3, то x = -3π

n = -1, x = $-\pi$ $\qquad$ n = -2, x = $-\frac{3\pi}{2}$

n = 0, x = π $\qquad$ n = -1, x = $-\pi$

n = 1, x = 3π $\qquad$ n = 0, x = $\frac{\pi}{2}$

n = 1, x = π

$\mathbf{x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z}$ $\qquad$ n = 2, x = $\frac{5\pi}{2}$

Если k = -1, то x = $-\frac{3\pi}{2}$ $\qquad$ n = 3, x = 3π

k = o, x = $\frac{\pi}{2}$

k = 1, x = $\frac{5\pi}{2}$

Учитель

Всё! Точнее почти всё! Осталось выбрать способ решения, победивший в номинациях (каждый учащийся заполняет анкету, консультанты обрабатывают результаты).

Номинация	***№ Способа***
«Неожиданность»	
«Простота»	
«Озарение»	
«Изящество»	
«Оригинальность»	
«Универсальность»	
«Восторг»	

Результаты голосования:

Номинация	***№ Способа***
«Неожиданность»	1 способ
«Простота»	2 способ
«Озарение»	3 способ
«Изящество»	4 способ
«Оригинальность»	5 способ
«Универсальность»	6 способ
«Восторг»	7 способ

Этап IV: Интеллектуально-преобразовательная деятельность

Форма работы: *индивидуальная*

Методы обучения: *частично-поисковый, исследовательский*

Педагогические приёмы: *проверка уровня знаний, взаимопроверка, консультанты на уроке, представление проекта.*

Цели

Стимулировать интерес обучающихся к выполнению заданий частично-поискового и эвристического характера.

- Научить школьников:
- ориентироваться в разных вариантах выполнения задания;
- планировать свои действия в соответствии с учебным заданием, представлять результат своей деятельности.

Учитель

Данный модуль представляет собой задание, состоящее из трёх уровней.

Уровень 1

$cos^2x - 5\sin x - 3 = 0$

Уровень 2

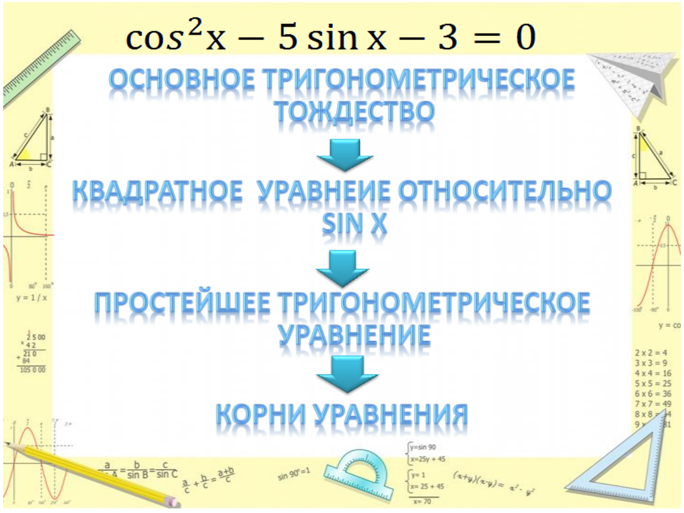
$5sin^2x - 8\sin x\cos x - cos^2x = -2$

Уровень 3

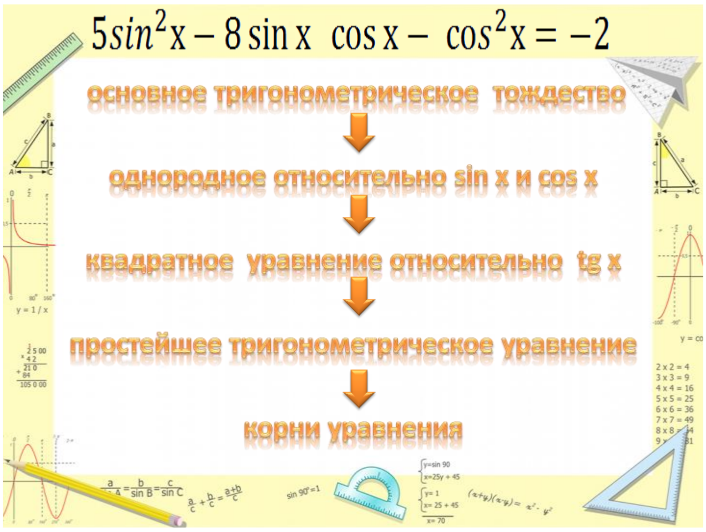
$\sin x + \cos x = 1$

Вы вправе выбрать любой один и сконструировать алгоритм его решения (учитель организует участие ребят в выполнении отдельных этапов поиска, а учащиеся осуществляют его самостоятельно). По окончании работы представьте проект у доски.

Проект решения уравнения $\cos^2x - 5\sin x - 3 = 0$



Проект решения уравнения $5\sin^2x - 8\sin x\cos x - \cos^2x = -2$



Проект решения уравнения $\sin x + \cos x = 1$

<u>Этап V: Рефлексивная деятельность</u>

<u>Форма работы</u>: (индивидуальная)

<u>Цели</u>

- Научить школьников:
- соотносить полученный результат с поставленной целью;
- оценивать результат своей деятельности;
- оценивать результат учебной деятельности.

Самоанализ и самооценка ученика

Рефлексию деятельности можно провести, используя метод незаконченных предложений. Ребята по очереди высказываются одним предложением, выбирая начало фразы из рефлексивного экрана на доске.

Сегодня я узнал...
Было интересно...
Было трудно...
Я выполнял задания..
Я понял, что..
Теперь я могу...
Я почувствовал, что...
Я приобрел..
Я научился...
У меня получилось...
Я смог..
Я попробую...
Меня удивило...
Урок дал мне для жизни..

Делается вывод урока.

<u>Домашнее задание:</u>